

РОЗДІЛ 10. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УПРАВЛІННЯ ПРОЕКТНИМИ РИЗИКАМИ ЗА СІТКОВОГО ПЛАНУВАННЯ

PROJECT RISKS MANAGEMENT USING NETWORK MODELS PLANNING

У статті проаналізовано проблеми управління виробничими процесами, проектами за допомогою сіткових моделей. Наведено основні поняття сітьового графіка та показники робіт проекту. Розглянуто мережні методи, що були розроблені для планування, а саме метод критичного шляху. Проведено аналіз сітьової моделі та отримано всі характеристики. Розкрито сучасні методи оцінювання ймовірності виконання всіх робіт за певний термін, оскільки час роботи це деколи випадкова величина, яка в результаті реалізації може прийняти будь-яке значення в заданому інтервалі. Оцінюються ймовірнісні характеристики та очікуване значення витрат.

Ключові слова: сіткове планування, сітьовий графік, мережні методи, можливості та обмеження ресурсів, методи оцінювання ймовірності.

В статье проанализированы проблемы управления производственными процессами, проектами с помощью сетевых моделей. Приведены основные понятия сетевого графика и показатели работ проекта. Рассмотрены сетевые методы, разработанные для планирования, а именно метод критического пути. Проведен анализ сетевой модели и получены все характеристики. Раскрыты современные методы оценки

вероятности выполнения всех работ за определенный срок, так как время работы это порой случайная величина, которая в результате реализации может принять любое значение в заданном интервале. Оцениваются вероятностные характеристики и ожидаемое значение затрат.

Ключевые слова: сетевое планирование, сетевой график, сетевые методы, возможности и ограничения ресурсов, методы оценки вероятности.

In this article the problems of production processes management and project management with the help of network models are analyzed. The main concepts of network graphs and project performance indicators are presented. The network methods that were developed for planning, namely, the method of critical path is considered. The analysis of the network model was performed and all characteristics were obtained. The modern methods of probability estimating on all work performed for a certain period are revealed, since the time of work is sometimes a random variable that, as a result of the accomplishing, can take any value at a given interval. The probabilistic characteristics and estimated value of costs are estimated.

Key words: network planning, network scheduling, networking methods, capabilities and resource constraints, methods for estimating probabilities.

УДК 330.47

Цеслів О.В.

к.т.н., доцент кафедри математичного моделювання економічних систем
Національний технічний університет
«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»

Постановка проблеми. Планування й управління комплексом робіт щодо проекту – актуальне та складне завдання. Оцінка часових і вартісних параметрів функціонування системи, що здійснюється в рамках цього завдання, проводиться різними методами. Серед наявних велике значення має метод сітьового планування. Воно дає змогу пов'язати виконання різних робіт і процесів у часі, отримавши прогноз загальної тривалості реалізації всього проекту.

Сіткове планування – метод управління, який ґрунтується на використанні математичного апарату теорії графів і системного підходу для відображення й алгоритмізації робіт та досягнення поставленої мети.

Цей метод дає змогу визначити, по-перше, які роботи або операції з числа багатьох складників проекту є «критичними» за своїм впливом на загальну календарну тривалість проекту, по-друге, визначити, як побудувати найкращий план проведення всіх робіт за даним проектом за мінімальних витрат.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Уперше процесом календарного планування та впорядкування почали займатися американські вчені Р.В. Конвей, В.Л. Максвелл, Л.В. Миллер [1, с. 125]. Серед українських дослідників можна виділити праці О.О. Карагодової, В.Р. Кігель, В.Д. Рожок [2, с. 186].

Постановка завдання. Необхідно розробити таку стратегію виконання проекту, за якої загальні витрати, що пов'язані із виконанням проекту та з втратами внаслідок затримки його завершення, будуть мінімальними. Для цього необхідно: провести аналіз сітьової моделі (рис. 1); отримати всі характеристики [3, с. 455]; оцінити ймовірність виконання всіх робіт не за 35 а за 30 днів; оцінити максимально можливий термін виконання всього комплексу робіт із надійністю 95%. Оскільки всі роботи можуть мати як детерміновану, так і стохастичну структуру, вони включається в мережу з певною ймовірністю.

Виклад основного матеріалу дослідження. Виробничому об'єднанню «Київприлад» необ-

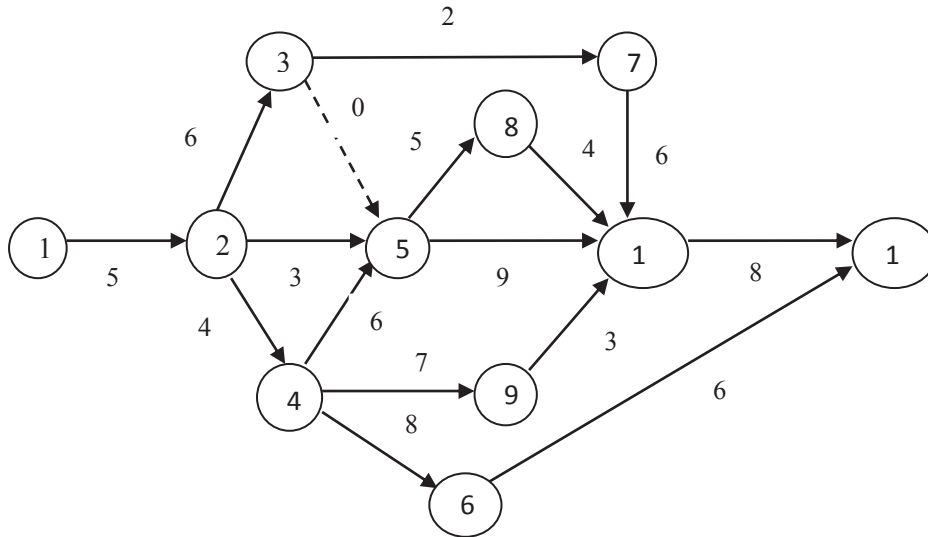


Рис. 1. Сітьова модель

хідно розробити новий прилад. Для цього необхідно провести такі види робіт (табл. 1).

Таблиця 1

Види робіт

Номер роботи	Вид роботи
1-2	Розроблення та затвердження приладу
2-3	Маркетингові дослідження
2-4	Тендер постачальників
2-5	Замовлення обладнання
3-5	Аналіз маркетингових досліджень
3-7	Розроблення програми просування
2-5	Розроблення плану навчання персоналу
4-5	Поставка обладнання
4-9	Налаштування обладнання
4-6	Монтаж обладнання
5-8	Навчання персоналу
5-10	Тестування персоналу
7-10	Просування продукту
8-9	Монтаж обладнання
8-10	Перевірка обладнання
9-10	Введення обладнання в експлуатацію
10-11	Запуск продукту в експлуатаці

Кожна подія – це результат виконання однієї або декількох робіт. Для кожної події розраховують три характеристики: ранній, пізній строк виконання події, а також її резерв (табл. 2).

Ранній строк (1) виконання події визначається величиною найбільш довгого відрізка шляху від вихідної події до події, що розглядається, причому $t_p(1) = 0, t_p(N) = t_{kp}(L)$:

$$t_p(j) = \max_i \{t_p(i) + t(i, j)\}, j = \overline{2, N}, \quad (1)$$

де $t_{kp}(L)$ – критичний шлях.

Пізній строк здійснення події характеризується як найпізніший допустимий строк (2), до якого подія має бути виконана:

$$t_n(j) = \max_j \{t_n(i) + t(i, j)\}, i = \overline{2, N-1}. \quad (2)$$

Повний резерв часу показує, на скільки можна збільшити час виконання конкретної роботи за умови, що термін виконання всього комплексу робіт не зміниться (табл. 3).

Частковий резерв часу першого виду – частина повного резерву часу, на яку можна збільшити тривалість роботи, не змінюючи при цьому пізнього строку її початкової події.

Частковий резерв часу другого виду – частина повного резерву часу, на яку можна збільшити тривалість роботи, не змінюючи при цьому раннього строку її кінцевої події.

Роботи, що розташовані на критичному шляху, резервів часу не мають.

Для оптимізації сітьової моделі, яка полягає у перерозподілі ресурсів, використовується коефіцієнт (3) напруженості, що обчислюється за формулою:

$$K_H(i, j) = \frac{t(L_{\max}) - t_{kp}}{t_{kp} - t'_{kp}} = 1 - \frac{R_H(i, j)}{t_{kp} - t'_{kp}}, \quad (3)$$

де $t(L_{\max})$ – максимальний критичний шлях, t'_{kp} – тривалість відрізка розглянутого шляху, що збігається з критичним шляхом.

Коефіцієнт напруженості змінюється від нуля до одиниці. Чим ближче він до одиниці, тим складніше виконати дану роботу в строк. Найнапруженішими є роботи критичного шляху, для яких він дорівнює одиниці. На основі цього коефіцієнта (3) всі роботи можна поділити на три групи:

- напружені $K_H(i, j) > 0,8$;
- підкритичні $0,6 < K_H(i, j) \leq 0,8$;
- резервні $K_H(i, j) \leq 0,6$.

Таблиця 2

Показники робіт

Показники роботи	Формула
Ранній строк початку	$t_{pn}(i, j) = t_p(i)$
Ранній строк закінчення	$t_{pz}(i, j) = t_p(i) + t(i, j)$
Пізній строк початку	$t_{nn}(i, j) = t_n(j)$
Пізній строк закінчення	$t_{nz}(i, j) = t_n(j) - t(i, j)$
Резерв часу	$R_n(i, j) = t_n(j) - t_p(i, j) - t(i, j)$
Частковий резерв часу першого виду	$R_1(i, j) = t_n(j) - t_n(i) - t(i, j)$
Частковий резерв часу другого виду	$R_2(i, j) = t_p(j) - t_p(i) - t(i, j)$
Незалежний резерв	$R_n(i, j) = \max\{0; t_p(j) - t_n(i) - t(i, j)\} = \max\{0; R_n(i, j) - R(i) - R(j)\}$

Таблиця 3

Розрахунок основних показників сіткової моделі

Кількість робіт $K_{пр}$	(i, j)	$t(i, j)$	$t_{pn}(i, j) = t_p(i)$	$t_{pz}(i, j)$	$t_{nn}(i, j)$	$t_{nz}(i, j)$	R_n	K_n
0	(1,2)	5	0	5	0	5	0	1
1	(2,3)	6	5	11	9	15	4	0,8
1	(2,4)	4	5	9	5	9	0	1
1	(2,5)	3	5	8	12	15	7	0,65
1	(3,5)	0	11	11	15	15	4	0,8
1	(3,7)	2	11	13	17	19	6	0,7
1	(4,5)	6	9	15	9	15	0	1
1	(4,6)	8	9	17	19	27	10	0,58
1	(4,9)	7	9	16	15	22	6	0,54
3	(5,8)	5	15	20	15	20	0	1
3	(5,10)	9	15	24	16	25	1	0,95
1	(6,11)	6	17	23	27	33	10	0,58
1	(7,10)	6	13	19	19	25	6	0,7
1	(8,9)	2	20	22	20	22	0	1
1	(8,10)	4	20	24	21	25	1	0,93
2	(9,10)	3	22	25	22	25	0	1
4	(10,11)	8	25	33	25	33	0	1

Згідно з отриманими даними в табл. 3, можна стверджувати, що оптимізація можлива за рахунок робіт (4,6),(4,9) та (6,11).

Сітвові графіки комплексу робіт можуть мати як детерміновану, так і стохастичну структуру, коли всі операції включаються в мережу з деякою ймовірністю.

Тривалість виконання робіт часто важко розрахувати точно, тому в практичній роботі замість одного числа (детермінована оцінка) задаються дві оцінки – мінімальна і максимальна. Мінімальна (оптимістична) оцінка характеризує тривалість виконання роботи за найбільш сприятливих обставин, а максимальна (песимістична) – за найбільш несприятливих. Тривалість роботи у цьому

разі розглядається як випадкова величина, яка в результаті реалізації може прийняти будь-яке значення в заданому інтервалі. Такі оцінки називаються ймовірнісними (випадковими) та їх очікуване значення оцінюється за формулою:

$$t_{oc}(i, j) = 3t_{min}(i, j) + 2t_{max}(i, j) / 5. \quad (4)$$

Для характеристики ступеня розкиду можливих значень в околі очікуваного рівня використовується показник дисперсії D^2 :

$$D^2(i, j) = (t_{max}(i, j) - t_{min}(i, j))^2 / 5^2 = 0,44(t_{max}(i, j) - t_{min}(i, j))^2. \quad (5)$$

На основі цих оцінок можна розрахувати всі характеристики, однак вони будуть мати іншу природу і виступати як середні характеристики. За досить великої кількості робіт можна стверджу-

вати, що будь-яка загальна тривалість, у тому числі й критична, має нормальний закон розподілу із середнім значенням, рівним сумі середніх значень тривалості складників його роботи і сумі дисперсії.

Спробуємо визначити ймовірність того, що тривалість критичного шляху $t_{кр}$ не буде перевищувати заданого директивного рівня T .

Ця задача розв'язується за допомогою інтегралу та ймовірностей Лапласа $\Phi(z)$ із використанням формули:

$$P(t_{кр} < T) = 0,5\Phi(z) + 0,5, \quad (6)$$

де z – нормоване відхилення випадкової величини:

$$z = (T - t_{кр}) / S_{кр}; \quad (7)$$

$S_{кр}$ – середнє квадратичне відхилення, що обчислюється як корінь квадратний із дисперсії тривалості критичного шляху: $S_{кр} = \sqrt{D(t_{кр})}$.

Визначення максимального строку виконання всього комплексу робіт T за заданої ймовірності p . Для розв'язку цієї задачі використовується формула:

$$T = t_{ож}(L) + zS_{кр}. \quad (8)$$

Оцінимо можливість виконання всього комплексу робіт за 35 днів та за 30 днів. Результати розрахунків наведено в табл. 4. Критичний шлях:

$L_{кр} = (1,2,4,5,8,9,10,11)$, а тривалість $t_{кр} = t_{оч} = 33$ дні.

Дисперсія до критичного шляху:

$$D_{кр}^2 = D^2(1,2) + D^2(2,4) + D^2(4,5) + D^2(5,8) + D^2(8,9) + D^2(9,10) + D^2(10,11) = 0,25 + 1,00 + 1,00 + 1,00 + 0,063 + 0,25 + 1,00 = 4,56.$$

Тоді $S_{кр} = 2,15$. Імовірність того, що весь комплекс робіт буде виконано за 35 днів:

$$P(t_{кр} < 35) = 0,5 + 0,5\Phi\{(35 - 33) / 2,15\} = 0,825;$$

ймовірність того, що весь комплекс робіт буде виконано за 30 днів:

$$P(t_{кр} < 30) = 0,5 + 0,5\Phi\{(35 - 30) / 2,15\} = 0,095.$$

Таким чином, і ймовірність того, що весь комплекс робіт буде виконано за 35 днів – 82,5%, а за 30 днів – 9,5%.

Оцінимо максимально можливий строк виконання всього комплексу робіт із надійністю 95%. Використовуючи таблиці стандартного нормального розподілу, отримуємо:

$$T = t_{оч}(L_{кр}) + zS_{кр} = 33 + 1,9 * 2,15 = 37.$$

Максимальний строк виконання всього комплексу робіт за рівня ймовірності $p = 95\%$ становить 37 днів.

У рішенні задач маркетингу менеджменту необхідно враховувати, контролювати і прогнозувати безліч чинників: тривалість роботи; вартість виготовлення; кількість виконавців. Чим більше ми прагнемо скоротити час роботи, тим дорожче вона нам обходиться. Для кожного виду робіт можна визначити коефіцієнт зростання витрат на одиницю часу $S(i, j)$ (9) (табл. 4):

$$S(i, j) = \frac{C_{\max}(i, j) - C_{\min}(i, j)}{t_{\max}(i, j) - t_{\min}(i, j)}, \quad (9)$$

де $C_{\max}(i, j)$ – максимальна вартість роботи; $C_{\min}(i, j)$ – мінімальна вартість роботи.

Розглянемо алгоритм оптимізації мережевої моделі за критерієм вартості для даних табл. 4. Спробуємо знайти залежність між довжиною кри-

Таблиця 4

Ймовірнісні оцінки тривалості робіт

Робота (i,j)	Тривалість		Очікувана тривалість $t_{оч}(i, j)$	Дисперсія $D^2(i, j)$	$C_{\min}, грн.$	$S(i, j) грн / день$
	$t_{\min}(i, j)$	$t_{\max}(i, j)$				
(1,2)	4	6,5	5	0,25	10	1
(2,3)	5	7,5	6	0,25	15	3
(2,4)	2	7	4	1	5	2
(2,5)	2	4,5	3	0,25	20	8
(3,5)	0	0	0	0	10	3
(3,7)	1,25	2,25	2	0,15	5	4
(4,5)	4	9	6	1	15	5
(4,6)	6	11	8	1	10	7
(4,9)	5	10	7	1	10	1
(5,8)	3	8	5	1	15	3
(5,10)	7	12	9	1	5	2
(6,11)	4	9	6	1	20	8
(7,10)	4	9	6	1	10	3
(8,9)	1,5	2,75	2	0,63	5	4
(8,10)	3	5,5	4	0,25	15	5
(9,10)	8	10,5	9	0,25	10	7
(10,11)	10	5	8	1	10	1

тичного шляху $T_{кр}$ та сумарними витратами за таким алгоритмом:

1. Знайдемо критичний шлях, його довжину $T_{кр}$ та, відповідно, суму витрат: $C = \sum C(i, j)$.

2. На цьому шляху знайдемо роботу, де $S(i, j)$ матиме найменше значення. Для вибраної роботи обчислимо величину:

$$\Delta t(i, j) = t_{\max}(i, j) - t_{\min}(i, j).$$

3. Визначимо $\Delta C(i, j) = S(i, j) * \Delta t(i, j)$. За зменшення $T_{кр}$ на величину $\Delta t(i, j)$ вартість всіх робіт збільшується на величину $\Delta C(i, j)$:

$$\Delta C(i, j) = C(i - 1, j - 1) + \Delta C(i, j).$$

У результаті реалізації даного алгоритму будемо графік залежності вартості проекту (C) від часу (T) (рис. 2). За цим графіком легко координувати відносини між інвестором і виробником.

Висновки з проведеного дослідження. У статті за допомогою сіткових моделей проаналізовано проблеми управління проектом.

Проведено аналіз сіткової моделі та отримано всі характеристики. Запропоновано методи оцінювання ймовірності виконання всіх робіт за певний термін. Розроблена стратегія виконання проекту, за якої загальні витрати, що пов'язані з виконанням проекту та з утратами внаслідок затримки його завершення, будуть мінімальними. Для цього проведено аналіз сіткової моделі. Отримано всі

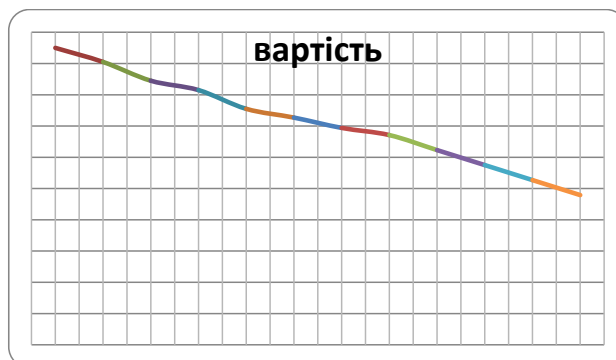


Рис. 2. Графік залежності вартості від часу

характеристики. Наведено методи оцінювання ймовірності виконання всіх робіт за різні терміни, а також максимальний термін виконання всього комплексу робіт із надійністю 95%. Виведено залежність вартості проекту від часу робіт.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Теория расписаний / Р.В Конвей, В.Л., Максвелл, Л.В. Миллер. М.: Наука, 1975. 360 с.
2. Дослідження операцій: навчальний посібник / О.О Карагодова, В.Р Кігель, В.Д. Рожок. К.: Центр учбової літератури, 2007. 256 с.
3. Таха Х.А. Введение в исследование операций. М.: Вильямс, 2005. 912 с.