

РОЗДІЛ 10. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ
ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫМ
ПОРТФЕЛЕМ С ЗАДАННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮDYNAMIC PROBLEM OF MANAGING THE INVESTMENT
PORTFOLIO WITH GIVEN EFFICIENCY

Проведено чисельний експеримент із використанням програмного продукту Matlab із формування структури інвестиційного портфеля, що складається з ризикових і безризикових активів. Моделлю вибрано динамічну стохастичну мережеву модель, що дає змогу вивчати динаміку кожного окремого вкладення у взаємозв'язку з поведінкою інших вкладень. Задача формування портфелем сформульована як динамічна задача стеження за еталонним портфелем із заданою прибутковістю. Моделлю зміни ринкової вартості активів портфеля вибрано модель «броунівського руху», коли постулюється безперервність цін і їх послідовні зміни суть незалежні гаусові випадкові величини. Стратегія управління вибрана у вигляді лінійного закону, в якому матриця коефіцієнтів зворотного зв'язку вибирається з умови мінімуму функціонала, що є мірою ризику. Метою моделювання є формування інвестиційного портфеля максимальної прибутковості з мінімальним ризиком. Отримано великий числовий і графічний матеріал, що дає змогу проводити детальний аналіз різних випадків формування портфеля й вибирати найкраще поєднання цінних паперів для формування портфеля з бажаною прибутковістю і ризиком.

Ключові слова: інвестиційний портфель, управління, динамічний, чисельне моделювання, завдання стеження.

Проведен численний експеримент с использованием программного продукта Matlab по

формированию структуры инвестиционного портфеля, состоящего из рискованных и безрисковых активов. В качестве модели выбрана динамическая стохастическая сетевая модель, позволяющая изучать динамику каждого отдельного вложения во взаимосвязи с поведением других вложений. Задача формирования портфеля сформулирована как динамическая задача слежения за эталонным портфелем с заданной доходностью. В качестве модели изменения рыночной стоимости активов портфеля выбрана модель «броуновского движения», когда постулируется непрерывность цен и их последовательные изменения суть независимые гауссовские случайные величины. Стратегия управления выбрана в виде линейного закона, в котором матрица коэффициентов обратной связи выбирается из условия минимума функционала, являющегося мерой риска. Целью моделирования является формирование инвестиционного портфеля максимальной доходности с минимальным риском. Получен обширный числовой и графический материал, позволяющий проводить детальный анализ различных случаев формирования портфеля и выбирать подходящее сочетание ценных бумаг для формирования портфеля с желаемой доходностью и риском.

Ключевые слова: инвестиционный портфель, управление, динамический, численное моделирование, задача слежения.

УДК 519.865.5

Семенов А.С.

к.физ.-мат.наук, доцент кафедры экономической кибернетики и информационных технологий Одесский национальный политехнический университет

Сытник В.Р.

студент Одесский национальный политехнический университет

A numerical experiment was carried out using the Matlab software product to form an investment portfolio structure consisting of risky and risk-free assets. A dynamic stochastic network model was chosen as a model, which allows studying the dynamics of each individual investment in relation to the reference portfolio and the behavior of other investments. The investment portfolio consists of several different types of assets (the yield of which is a random variable) and a bank account with non-random variable returns. Portfolio management is carried out by redistributing investments between different packages of assets through a bank account. The model of the "Brownian motion" is chosen as a model for changing the market value of portfolio assets, when price continuity is postulated and their consecutive changes are independent Gaussian random variables with homogeneous independent increments. The system is considered closed, there are no externals. The dynamic problem of determining the optimal strategy for managing an investment portfolio is mathematically reduced to solving the differential equation of Brownian motion. The control actions on the solution of the equation are chosen in the form of a linear law, in which the matrix of feedback coefficients is chosen from the condition of the minimum of a quadratic functional, which is a measure of risk. The purpose of the simulation is to form an investment portfolio of maximum return with minimal risk. The behavior of the model is considered in two variants. In the first variant, when it is assumed that the exact values of profitability and risk are known, and in the second variant, when the parameters of the portfolio are identified, i.e. estimated values of return and risk are determined. An extensive numerical and graphical material was obtained, which allows for a detailed analysis of various cases of portfolio formation and the selection of the appropriate combination of securities for portfolio formation with the desired return and risk. The research materials will be useful to the investor when choosing a rational policy for the formation of a profitable investment portfolio. The model can be generalized to the case when additional investments of borrowed funds from the outside and the use of part of the income for consumption are possible.

Key words: investment portfolio, management, dynamic, numerical modeling, tracking task.

Постановка проблеми. С появлением и развитием рынка ценных бумаг возникла проблема оптимального размещения и управления финансами. Разнообразии возможностей вложения ценных бумаг делает выбор особенно сложным, требующим скрупулезного финансового анализа

рынка. В финансовой экономике проблема управления и выбора структуры портфеля ценных бумаг является одной из наиболее важных. Под структурой инвестиционного портфеля ценных бумаг понимается соотношение долей инвестиций в ценные бумаги различного вида [1; 2]. Основными

параметрами классической стратегии управления портфелем являются желаемая доходность и риск. Доходностью рискованных инвестиций является случайная величина, которая может представлять собой не только выплаты дивидендов за определенный промежуток времени, но и изменение курса ценных бумаг за это же время. Степень неопределенности, рискованности можно измерить, если принять гипотезу, что эффективность финансовой операции является случайной величиной, и тогда под риском можно понимать вероятность любого нежелательного для инвестора события, например вероятность разорения. В какой-то степени неопределенность, а следовательно, и риск характеризует дисперсия (или среднеквадратическое отклонение) эффективности. Любая система мер, направленная на снижение риска, называется хеджированием. Формируя портфель, инвестор, оперируя основными параметрами портфеля – доходностью и риском, ставит ряд задач в зависимости от преследуемых целей, например задачу получения желаемого дохода при минимальном риске, либо задачу максимизации дохода при ограниченном риске. При этом задача выбора оптимального портфеля, т. е. задача определения оптимальных долей вложений ценных бумаг, решается в статической постановке и сводится к решению задач линейного или квадратичного программирования.

Развитием классической задачи формирования инвестиционного портфеля является задача управления в динамической постановке, когда есть возможность управлять процессом в зависимости от изменения конъюнктуры ценных бумаг. В [3] предложен метод формирования портфеля путем перераспределения капитала посредством банковского счета и слежения за эталонным портфелем с желаемой доходностью. В предлагаемой работе используется численный метод решения поставленной динамической задачи идентификации средствами программного продукта Matlab.

Анализ последних исследований и публикаций. С момента появления работ [4; 5] по проблеме анализа инвестиционного портфеля появилось значительное число монографий, статей, их обзор и оценка, например [6; 7]. За последние годы классический подход к решению задачи управления инвестиционным портфелем значительно развит и модифицирован [8–12]. В основу инвестиционного процесса входят следующие этапы [1]: выбор инвестиционной политики, анализ рынка ценных бумаг, формирование портфеля ценных бумаг, пересмотр портфеля ценных бумаг, оценка эффективности портфеля ценных бумаг. Наибольший интерес для наших исследований представляют третий и пятый этапы: формирование портфеля и оценка его эффективности. Ясно,

что на эффективность будет влиять и содержимое сформированного портфеля. Ожидаемая доходность может быть определена разными способами, которые в итоге дают один и тот же результат. Например, метод с использованием стоимости бумаг на конец периода, метод с использованием ожидаемой доходности ценных бумаг. Этот метод включает вычисление ожидаемой доходности портфеля как средневзвешенной ожидаемых доходностей ценных бумаг, являющихся компонентами портфеля. Относительные рыночные курсы ценных бумаг портфеля используются в качестве весов. Ожидаемая доходность портфеля, состоящего из N ценных бумаг, определяется как сумма произведений долей начальной стоимости инвестируемых ценных бумаг на ожидаемые доходности.

Поскольку ожидаемая доходность портфеля представляет собой средневзвешенные ожидаемые доходности ценных бумаг, то вклад каждой ценной бумаги в ожидаемую доходность портфеля зависит от ее ожидаемой доходности, а также от доли начальной рыночной стоимости портфеля, вложенной в данную ценную бумагу [1].

Мера риска должна некоторым образом учитывать вероятность возможных нежелательных результатов и их величину. То есть мера риска должна неким образом оценивать степень возможного отклонения действительного результата от ожидаемого. Такой мерой является стандартное отклонение, или среднеквадратическое отклонение, поскольку эта мера является оценкой вероятного отклонения фактической доходности от ожидаемой [1].

При оценке риска используется также ковариация – статистическая мера взаимодействия двух случайных переменных. То есть это мера того, насколько две случайные переменные (например, доходности двух ценных бумаг i и j) зависят друг от друга. Положительное значение ковариации показывает, что доходности этих ценных бумаг имеют тенденцию изменяться в одну сторону. Например, лучшая, чем ожидаемая, доходность одной из ценных бумаг должна, вероятно, повлечь за собой лучшую, чем ожидаемая, доходность другой ценной бумаги. Отрицательная ковариация показывает, что доходности имеют тенденцию компенсировать друг друга. Например, лучшая, чем ожидаемая, доходность одной ценной бумаги сопровождается, как правило, худшей, чем ожидаемая, доходностью другой ценной бумаги. Относительно небольшое или нулевое значение ковариации показывает, что связь между доходностью этих ценных бумаг слаба или отсутствует вообще.

Заметим, что ковариация между двумя ценными бумагами не зависит от порядка, в котором эти две бумаги упоминаются. Это означает, что ковариация между первой и второй ценными

бумагами является такой же, как и ковариация между второй и первой [1].

Близкой ковариации является такая статистическая мера как корреляция. Ковариация двух случайных переменных равна корреляции между ними, умноженной на произведение их стандартных отклонений:

Коэффициент корреляции нормирует ковариацию для облегчения сравнения с другими параметрами случайных переменных. Задача оптимизации портфеля в классической постановке формулируется в виде задачи линейного или квадратичного программирования, например существуют модификации классической постановки, когда за меру риска выбираются средний квадрат приращений, основанный на отклонении ряда в момент t от его значения в момент $(t-1)$ [9; 12]. В работе [9] риск определяется как потеря доходности портфеля за счет потери доходности составных ценных бумаг. Предложены методы использования законов устойчивости, позволяющие лучше соответствовать реальному закону распределения доходности финансовых активов [7; 10]. Теперь мерой риска будет служить не дисперсия, а параметр масштаба.

Таким образом, задача оптимизации структуры портфеля в этих и подобных им постановках решается в статической постановке и в зависимости от выбора функции риска сводится к решению задач квадратичного или линейного программирования.

Постановка задания. В предлагаемой к публикации работе задача управления портфелем формулируется как динамическая задача слежения за влиянием каждого отдельного вложения на структуру портфеля во взаимосвязи с поведением других вложений. Задача управления портфелем ставится как динамическая задача оптимального слежения за эталонным портфелем, имеющим желаемую эффективность.

Рассмотрим инвестиционный портфель, состоящий из $(n-1)$ вида активов (доходность которых – случайная величина) и банковского счета с неслучайной доходностью, которая может меняться. Управление портфелем осуществляется путем перераспределения вложений между различными пакетами посредством банковского счета. Предполагаем систему замкнутой, поступления извне отсутствуют, ценные бумаги перераспределяются между вкладчиками посредством поступления на банковский счет и снятия со счета с целью вложения в иные пакеты с другими параметрами доходности и риска. Структура и динамика такого инвестиционного портфеля описывается в виде графа переходов, узлы которого представляют собой капитал, помещенный i -й финансовый актив. Между узлами и банковским счетом происходит перераспределение капитала определенной величины и в определенном

направлении. Портфель в данном случае будет самофинансируемым, т. е. деньги из других источников на банковский счет не поступают, а со счета снимаются только для вложения в ценные бумаги.

Самой простой моделью случайных флуктуаций, в том числе изменение стоимости ценных бумаг на бирже, является «броуновское движение». Оно не зависит от прошлых событий, самоподобно в течение одного, независимо от другого, промежутка времени. В такой модели постулируется непрерывность цен и то, что их последовательные изменения суть независимые гауссовские случайные величины (где предшествующее изменение цены не связано с прошлым или будущим ее изменением) [13].

Таким образом, в качестве управляющего уравнения модели можно выбрать уравнение броуновского движения. Стратегию управления портфелем будем формировать на основе минимизации риска, представляемого в виде квадратичного функционала. Целью моделирования является формирование портфеля максимальной доходности с минимальным риском.

Изложение основного материала исследования. Для описания динамики стохастической модели формирования инвестиционного портфеля и изменения цен рискованных активов воспользуемся уравнением (экономического) броуновского движения:

$$dS_i(t) = S_i[\mu_i(t)dt + \sigma_i(t)d\omega_i(t)], \quad (1)$$

где $S_i(t)$ – цена i -й рискованной ценной бумаги, $\sigma_i(t) > 0$, $\omega_i(t)$ – стандартные независимые винеровские процессы, $i = 1, \dots, n-1$. Величину $\sigma_i(t)$ в финансовой математике принято называть волатильностью (изменчивостью). Уравнение броуновского движения используется, поскольку цена на акции в каждый момент времени меняется и происходит перераспределение активов с участием банковского счета.

Пусть $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ – вектор-столбец, компоненты которого равны объему инвестиций в i -й актив в момент времени t , $x_n(t)$ описывает состояние банковского счета. Тогда процесс перераспределения рискованных вложений, в соответствии с уравнением (1), будет описываться уравнением:

$$dx_i = [\mu_i(t)dt + \sigma_i(t)d\omega_i(t)]x_i(t) + u_i(t), \quad i = 1, \dots, (n-1) \quad (2)$$

Изменение банковского счета управляется уравнением:

$$dx_n(t) = \left[r(t)x_n(t) - \sum_{i=1}^{n-1} u_i(t) \right] dt, \quad (3)$$

где $r(t)$ – доходность банковского счета, $u_i(t)$ – сумма перераспределяемого капитала в единицу времени. Если $u_i(t) > 0$, то с банковского счета в i -й вид рискованных вложений переводится капитал в

сумме $u_i(t)$, если $u_i(t) < 0$, то с i -го рискового вложения переводится на банковский счет капитал в сумме $u_i(t)$.

Объединим уравнения (2) и (3) и запишем их в матричном виде:

$$dx(t) = A(t)x(t) + Bu(t)dt, \quad (4)$$

где $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_{n-1}(t)]^T$, A – диагональная матрица с элементами $\mu_i(t)dt + \sigma_i(t)d\omega_i(t)$ на диагонали, B – матрица размерности $n \times (n-1)$ с элементами $B = \begin{pmatrix} I_{n-1} \\ E \end{pmatrix}$, $E = [1, 1, \dots, 1]$ размерности $(n-1)$ и I_{n-1} – единичная матрица размерности $(n-1)$.

Стратегия управления портфелем определяется путем перераспределения капитала между различными видами инвестиций так, чтобы отклонения от эталонного портфеля были наименьшими. Изменения эталонного портфеля при этом описываются уравнением:

$$dV^0(t) = \mu^0(t)V^0(t)dt, \quad (5)$$

где $\mu^0(t) > r(t)$ – заданная желаемая доходность портфеля.

В качестве меры риска выбирается квадратичный функционал:

$$Y = M \int_0^T \left\{ [V(t) - V^0(t)]^2 + u^T(t)R(t)u(t) \right\} dt + [V(t) - V^0(t)]^2, \quad (6)$$

где $V(t) = Cx(t)$ – общий капитал портфеля, $C = (E, 1)$, матрица $R(t) > 0$, $V(0) = V^0$ – начальный капитал. Если считать систему незамкнутой, то отрицательные значения $x_n(t)$ будут означать заем извне, т. е. снимается условие самофинансирования.

Динамика портфеля, соотношения (4), (5), (6), в векторно-матричной форме в дискретном времени запишется в форме:

$$x(k+1) = A(k+1)[x(k) + Bu(k)], \quad (7)$$

$$\text{де } A(k+1) = \text{diag}\{1 + v_1(k+1), 1 + v_2(k+1), \dots, 1 + v_{n-1}(k+1), 1 + r(k+1)\}, B = \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ -E \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ -E \end{bmatrix}, v_i(k+1) \text{ – ставки доходности рисковых}$$

активов, $r(k+1)$ – ставка доходности безрисковых активов на интервале $[k, k+1]$.

Уравнение эталонного портфеля:

$$V^0(k+1) = [1 + \mu^0(k+1)]V^0(k)$$

Функция риска запишется в виде:

$$Y = M \left\{ \sum_{k=0}^{T-1} \left[[V(k) - V^0(k)]^2 + u^T(k)R(k)u(k) \right] + [V(k) - V^0(k)]^2 \right\}$$

где $V(k) = Cx(k)$ – общий капитал портфеля ($C = (E, 1)$). При достаточно малых интервалах дискре-

тизации для описания цен рисковых активов можно воспользоваться дискретным аналогом уравнения (1):

$$v_i(k) = \mu_i(k) + \sigma_i(k)\omega_i(k),$$

где $\omega_i(k)$ – некоррелированные гауссовские случайные последовательности с нулевым средним и единичными дисперсиями.

Уравнение портфеля (7) преобразуем к виду:

$$x(k+1) = A_0(k+1)x(k) + B_0(k+1)u(k) + \left(\sum_{i=1}^{n-1} A_i(k+1)\omega_i(k+1) \right) x(k) + \left(\sum_{i=1}^{n-1} B_i(k+1)\omega_i(k+1) \right) u(k),$$

$$\text{где } A_0 = \text{diag}\{1 + \mu_1, 1 + \mu_2, \dots, 1 + \mu_{n-1}, 1 + r\},$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 + \mu_1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 1 + \mu_{n-1} \\ -(1+r) & \dots & -(1+r) \end{bmatrix},$$

$$B_i = \begin{bmatrix} b_i \\ 0_{n-1} \end{bmatrix}, b_i = \text{diag}\{0, \dots, \sigma_i, 0, \dots, 0\}.$$

Задача слежения и соответствия эталонному портфелю, в соответствии с [14; 15], дается следующими уравнениями:

$$K(k) = - \left[R(k) + \sum_{i=1}^{n-1} \bar{B}_i^T(k+1)Q(k+1)\bar{B}_i(k+1) + \bar{B}_0^T(k+1)Q(k+1)\bar{B}_0(k+1) \right]^{-1} \times \left[\bar{B}_0^T(k+1)Q(k+1)\bar{A}_0(k+1) + \sum_{i=1}^{n-1} \bar{B}_i^T(k+1)Q(k+1)\bar{A}_i(k+1) \right],$$

$$Q(k) = (\bar{A}_0(k+1) + \bar{B}_0(k+1)K(k))^T Q(k+1) \times (\bar{A}_0(k+1) + \bar{B}_0(k+1)K(k)) + \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{A}_i(k+1) + \bar{B}_i(k+1)K(k)) \times Q(k+1) (\bar{A}_i(k+1) + \bar{B}_i(k+1)K(k)) + K^T(k)R(k)K(k) + Q(T),$$

$$\text{где } \bar{A}_0 = \begin{bmatrix} A_0 & 0_n^T \\ 0_n & 1 + \mu^0 \end{bmatrix}, \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0_n^T \\ 0_n & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_0 = \begin{bmatrix} B_0 \\ 0_{n-1} \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0_{n-1} \end{bmatrix}.$$

Полагаем, что оптимальная стратегия управления основывается на линейном законе управления $u(k) = K(k)z(k)$, где $z(k) = [x^T(k), V^0(k)]^T$ и функция риска на оптимальной траектории вычисляется по формуле:

$$Y = \text{tr} \left\{ \sum_{i=1}^{T-1} [\bar{C}^T \bar{C} P(k) + R(k)K(k)P(k)K^T(k)] + \bar{C}^T \bar{C} P(T) \right\},$$

где tr – след матрицы, $\bar{C} = [C, -1]$, матрица $P(k) = M\{z(k)z^T(k)\}$ удовлетворяет уравнению:

$$P(k+1) = (\bar{A}_0(k+1) + \bar{B}_0(k+1)K(k))P(k) \times (\bar{A}_0(k+1) + \bar{B}_0(k+1)K(k))^T + \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{A}_i(k+1) + \bar{B}_i(k+1)K(k))P(k) (\bar{A}_i(k+1) + \bar{B}_i(k+1)K(k))^T$$

Для проведения численного эксперимента был использован программный продукт Matlab. Рассмотрено поведение модели в двух вариантах: когда предполагается, что известны точные значения доходности и риск ценных бумаг и акций, и когда предварительно производится идентификация параметров инвестиционного портфеля, т. е. определяются оценочные значения доходности и риска.

Предполагается, что инвестор обладает капиталом в 100 единиц. Объем капитала в акции первого вида составляет $x_1=20$, второго вида $x_2=30$, банковского счета $x_3=50$ единиц. Доходность банковского счета, на который вкладчик может расположить свой капитал, равна $r=0.002$, доходность эталонного портфеля $\mu_0=0.007$, желаемые доходности для акций первого вида $\mu_1=0.010$ второго вида $\mu_2=0.015$, а соответствующий риск вложенных акций $s_1=0.01$ и $s_2=0.02$. Время моделирования задавалось равным 150 единицам.

По результатам моделирования при точных параметрах (рис. 1) можно сказать следующее. Полученный инвестиционный портфель отклоняется от эталонного портфеля тем больше, чем длительнее промежуток времени счета. При управлении акции второго счета (кривая 6) продаются, в то время как акции первого счета (кривая 5) в течение некоторого времени приобретаются. Капитал на банковском счете (кривая 7) в течение всего времени растет, очевидно, как за счет банковского процента, так и за счет средств от продажи активов.

По результатам моделирования управляющих воздействий можно сказать следующее. Время идентификации выбираем равным 300 единицам. Оценочные значения пара-

метров доходности акций первого вида μ_1 в течение времени идентификации сходятся к истинным μ_1 ближе, чем полученные оценки доходности акций второго вида μ_2 к μ_2 . Чем длительнее время идентификации, тем лучше оценочные значения сходятся к истинным. Точные оценочные значения волатильности (риска) для акций первого вида в процессе идентификации сходятся лучше, чем оценки для акций второго вида (рис. 2, 3).

Построенный в первом случае портфель с использованием точных параметров ближе к эталонному, нежели инвестиционный портфель с использованием оценочных параметров доходности, построенный во втором случае (рис. 4). Банковский счет растет быстрее, нежели в первом случае. Акции второго счета продаются интенсивнее акций первого счета и продаются в течение всего времени идентификации.

Из сравнения результатов управляющих воздействий вытекает, что общая сумма перераспределяемого капитала с активов на банковский счет при использовании идентификации больше аналогичной суммы первого случая.

Полученный обширный материал по моделированию при различных значениях входных параметров позволяет выработать и рекомендовать инвестору рациональную политику по формированию доходного инвестиционного портфеля.

Выводы из проведенного исследования.

В работе рассмотрена классическая стратегия формирования инвестиционного портфеля, состоящего из рискованных и безрисковых активов, как динамическая стохастическая модель.

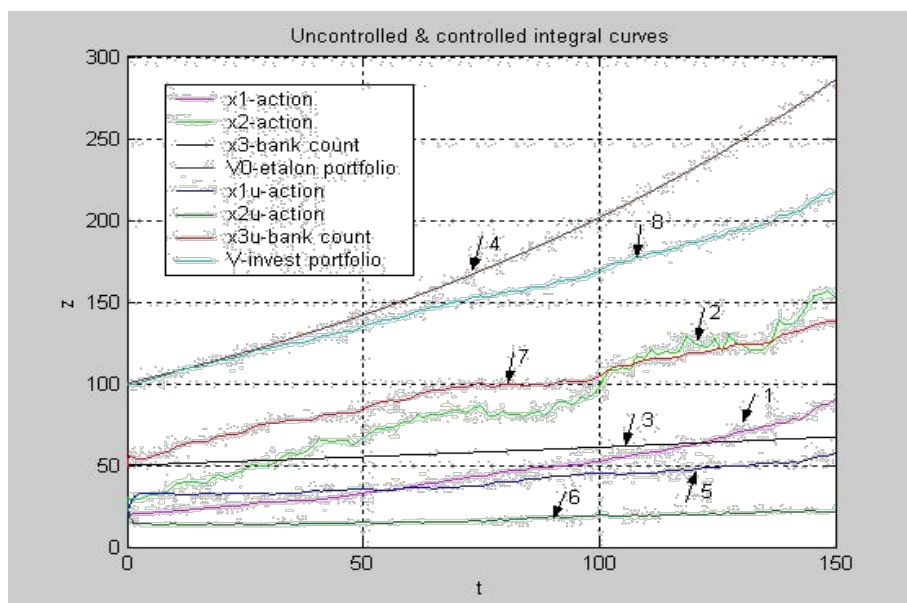


Рис. 1. Динамика портфеля, состоящего из двух видов акций и банковского счета с использованием точных параметров (1 – акции первого вида, 2 – акции второго вида, 3 – банковский счет, 4 – эталонный портфель, 5 – управляемые акции первого вида, 6 – управляемые акции второго вида, 7 – управляемый банковский счет, 8 – построенный инвестиционный портфель)

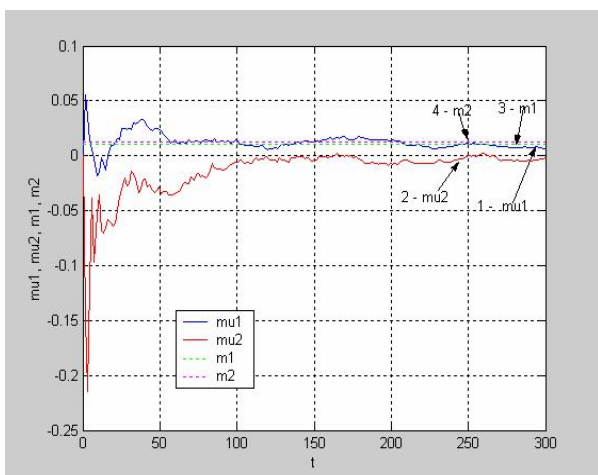


Рис. 2. Динамика поведения доходностей акций и их оценок (1, 2 – точные значения доходностей акций 1-го и 2-го видов, 3, 4 – их оценки)

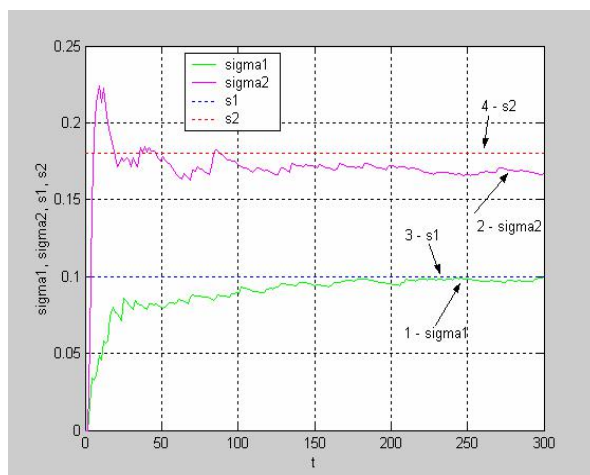


Рис. 3. Динамика поведения рисков акций и их оценок (1, 2 – точные значения рисков акций 1-го и 2-го видов, 3, 4 – их оценки)

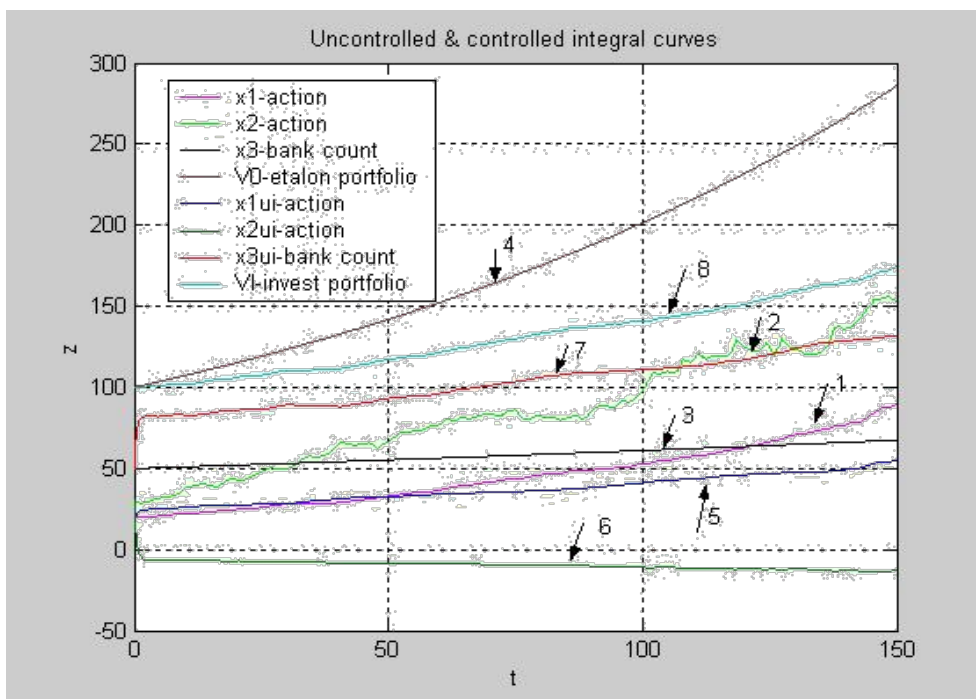


Рис. 4. Динамика портфеля, состоящего из двух видов акций и банковского счета с использованием идентифицированных параметров (1 – акции первого вида, 2 – акции второго вида, 3 – банковский счет, 4 – эталонный портфель, 5 – управляемые акции первого вида, 6 – управляемые акции второго вида, 7 – управляемый банковский счет, 8 – построенный инвестиционный портфель)

Задача идентификации портфеля сформулирована как задача нахождения оценок параметров доходности и риска инвестиционного портфеля. Ограничения на управление в явном виде не накладывались. Проводилось численное моделирование на основе программного продукта Matlab. Продемонстрировано поведение каждого актива и банковского счета в отдельности. Составленная программа счета позволяет провести довольно обширный и детальный анализ различных случаев формирования инвестиционного портфеля при самых разнообразных сочетаниях входных пара-

метров задачи. На основе такого анализа инвестор может выбрать подходящее сочетание ценных бумаг для формирования портфеля с желаемой доходностью и риском. Без принципиальных затруднений как модель, так и программа численной реализации может быть обобщена на случай возможных внешних займов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:

1. Шарп У., Александер Г., Бейли Дж. Инвестиции ; пер. с англ. Москва, 2001. 1028 с.

2. Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок: расчет и риск. Москва, 1994. 192 с.
3. Герасимов Е.С., Домбровский В.В. Динамическая сетевая модель управления инвестициями при квадратичной функции риска. Автоматика и телемеханика. 2002. № 2. Вып. 271. С. 119–128.
4. Markowitz H. Portfolio Selection. Finance. 1952. V. 7. № 1. P. 77–91.
5. Tobin J. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. Rev. Econom. Stud. 1958. V. 26. № 1. P. 65–86.
6. Уотшем Т.Дж., Паррамоу К. Количественные методы в финансах. Москва, 1999. 527 с.
7. Гибсон Р. Формирование инвестиционного портфеля. Управление финансовыми рисками ; пер. с англ. Москва, 2015. 541 с.
8. Первозванский А.А. Оптимальный портфель ценных бумаг на нестационарном неравновесном рынке. Экономика и математические методы. 1999. Т. 35. № 3. С. 63–68.
9. Лукашин Ю.П. Оптимизация структуры портфеля ценных бумаг. Экономика и математические методы. 1995. Т. 31. № 1. С. 138–150.
10. Гомбовски Б., Рачев С. Финансовые модели, использующие устойчивые законы. Обзорение прикладной и промышленной математики. 1995. Т. 2. Вып. 4. С. 556–604.
11. Young M.R. A Minimax Portfolio Selection Rule with Linear Programming Solution. Management Sci. 1998. V. 44. № 5. P. 673–683.
12. Домбровский В.В., Егорычев Ф.Н. Сравнение стратегий управления портфелем ценных бумаг. Вестник Томского университета. 2000. Вып. 271. С. 138–143.
13. Ширяев А.Н. Вероятностно-статистические модели эволюции финансовых индексов. Обзорение прикладной и промышленной математики. 1995. Т. 2. Вып. 4. С. 781–820.
14. McLane P.J. Optimal Stochastic Control of Linear System with State – and Control – Dependent Disturbances. IEEE Trans. Automat. Control. 1971. V. AC-16. № 6. P. 793–798.
15. Пакшин П.В. Оценивание состояния и синтез управления для дискретных систем с аддитивными и мультипликативными шумами. Автоматика и телемеханика. 1978. № 2. С. 75–86.