

## ЕКОНОМЕТРИЧНИЙ АНАЛІЗ РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОДУКЦІЇ ПП «ГАРМАШ» НА ОСНОВІ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ

### ECONOMETRIC ANALYSIS OF SALES OF PRODUCTS PE «GARMASH» ON THE BASIS OF PRODUCTION FUNCTIONS

*У статті висвітлені теоретичні та практичні проблеми застосування виробничих функцій Кобба-Дугласа і CES-функції в ході моделювання випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві. Визначено оптимальну фондоозброєність, що максимізує випуск продукції на підприємстві. Запропоновано нове тлумачення граничної норми заміщення факторів як індикатора надлишку (недостатності) наявних ресурсів. Проаналізовано доцільність інвестування у м'ясопереробне виробництво на основі параметрів CES-функції.*

**Ключові слова:** виробнича функція, еластичність заміщення ресурсів, оптимальна фондоозброєність, безбиткове інвестування.

*В статье освещены теоретические и практические проблемы использования производственных функций Кобба-Дугласа и CES-функции в ходе моделирования выпуска продукции на мясоперерабатывающем предприятии. Определена оптимальная фондовооруженность, максимизирующая выпуск продукции на предприятии.*

*Предложено новое толкование предельной нормы замещения факторов как индикатора избытка (недостатка) имеющихся ресурсов. Проанализирована целесообразность инвестирования в мясоперерабатывающее производство на основе параметров CES-функции.*

**Ключевые слова:** производственная функция, эластичность замещения ресурсов, оптимальная фондовооруженность, безубыточное инвестирование.

*Theoretical and practical problems of using Cobb-Douglas production functions and CES-function in the simulation of output at the meat processing plant are discussed in the article. The optimal capital-labor ratio that maximizes output at the plant is calculated. A new interpretation of the marginal rate of substitution of factors as indicator of excess (deficiency) of available resources proposed. The feasibility of investing in meat processing production based on parameters of CES-function is analyzed.*

**Key words:** production function, elasticity of substitution of resources, optimal capital-labor ratio, break-even investment.

УДК 330.43:330.356.7

**Янковий В.О.**

к.е.н, доцент кафедри економіки та планування бізнесу  
Одеський національний економічний університет

**Постановка проблеми.** М'ясопереробна промисловість – одна з найбільш крупних підгалузей харчової промисловості України, що здійснює комплексну переробку худоби. Підприємства м'ясопереробної промисловості проводять заготівку і забій худоби, птиці, кроликів і виробляють м'ясо, ковбасні вироби, м'ясні консерви, напівфабрикати, котлети, пельмені, кулінарні вироби тощо. Поряд з виробництвом харчових продуктів у м'ясопереробній промисловості виробляються сухі тваринні корми, коштовні медичні препарати (інсулін, гепарин, лінокаїн та ін.), а також клеї, желатин, перопухові вироби.

Приватне м'ясопереробне підприємство «Гармаш» засноване в 2004 р. шляхом приватизації й об'єднання трьох цехів по переробці м'яса, що розташовані в селах Комінтерновського та Біляївського району Одеської області. Розв'язання завдань підвищення ефективності м'ясопереробної промисловості, зокрема ПП «Гармаш», вимагає, в першу чергу, негайного адаптування всіх учасників продовольчого комплексу до мінливих умов ринкового середовища. Вищезазначене обумовлює потребу вивчення проблем та перспектив випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві за допомогою сучасних економетричних методів аналізу з використанням виробничих функцій (ВФ).

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналізуючи останні публікації в сфері м'ясопереробного виробництва, треба зазначити, що переважна більшість із них торкається про-

BLEM обліку і контролю за центрами відповідальності (В.В. Борковська [1]), удосконалення оперативного управління (Н.В. Гой [2]), формування внутрішнього економічного механізму (Л.М. Своробович [3]), реінжинірингу (Л.М. Соломчук [4]), формування системи управління економічною безпекою виробничо-господарської діяльності (І. Сосновська [5]) та ін. При цьому арсенал методів аналізу в даних публікаціях надто скудний: дослідники, зазвичай, обмежуються застосуванням простих і динамічних таблиць, графіків та діаграм. Математико-статистичні методи, за рідким виключенням, майже не використовуються.

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Серед економетричних методів аналізу випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві відносно рідким гостем є застосування ВФ. Переважно це функція Кобба-Дугласа (див., наприклад, [6]) як найбільш відома двофакторна модель залежності реалізації продукції від витрат капіталу і праці. Що стосується інших ВФ, зокрема функції з постійною еластичністю заміщення ресурсів (CES-функція – від англ. абревіатури *Constant Elasticity of Substitution*), то вона за рядом причин повністю випала з поля зору науковців та практиків.

**Постановка завдання.** Метою дослідження є знайомство широкого загалу економістів з аналітичними можливостями ВФ Кобба-Дугласа і CES-функції, з програмним забезпеченням наближеного визначення її невідомих параметрів за

допомогою нелінійних методів оцінювання. А також ілюстрація вказаних аспектів на конкретному прикладі за даними статистичної звітності підприємства м'ясопереробної промисловості України.

**Виклад основного матеріалу.** У якості результативної ознаки  $Y$  вказаних ВФ використовується реалізована продукція підприємства, а факторами є виробничі фонди  $K$  (капітал), витрати робочої сили  $L$  (праця) і час  $t$ . Всі економічні змінні зазвичай представляються у вартісному вимірі за певні періоди часу  $t$ . З урахуванням так званого нейтрального науково-технічного прогресу з темпом приросту  $\lambda$ , який відображає вплив на  $Y$  усіх чинників, окрім  $K$  і  $L$ , ВФ Кобба-Дугласа має наступний вигляд:

$$Y = Ae^{\lambda t} K^\alpha L^\beta, \quad (1)$$

де  $0 < A$ ;  $0 < \alpha, \beta < 1$ ;  $\lambda$  – невідомі параметри, що підлягають визначенню.

А CES-функція представляється так:

$$Y = Ve^{\lambda t} [\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho} \quad (2)$$

де  $0 < V$ ;  $0 < \delta < 1$ ;  $-1 < \rho$  – невідомі параметри, що підлягають оцінці [7; 8].

Шляхом логарифмування лівої і правої частин (1) ВФ Кобба-Дугласа легко перетворюється в лінійну функцію з можливістю подальшого застосування регресійного аналізу за методом найменших квадратів задля розрахунку параметрів  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ . CES-функцію (2) привести до лінійного вигляду принципово неможливо. Саме відносна простота визначення невідомих параметрів ВФ Кобба-Дугласа є її вагомою перевагою перед іншими ВФ, у тому числі і перед CES-функцією.

В той же час ВФ (1) має серйозні недоліки, від яких вільна CES-функція. Вкажемо важливіші з них: уважається, що еластичність заміщення ресурсів  $\sigma$ , яка є мірою можливості заміни праці капіталом і, навпаки, для ВФ Кобба-Дугласа завжди дорівнює одиниці. Дане обмеження є дуже жорстким, часто не відповідає реальній економічній дійсності. В цьому сенсі CES-функція має явну перевагу в порівнянні з функцією Кобба-Дугласа: величина  $\sigma$  для неї може приймати будь-які значення. Для ВФ (2) еластичність заміщення ресурсів дорівнює  $\sigma = 1 / (1 + \rho)$ , хоча, так само, як і для функції Кобба-Дугласа,  $\sigma$  є постійною величиною, що впливає з самої її назви. При  $\rho \rightarrow 0$   $\sigma \rightarrow 1$  і відбувається перехід від ВФ (2) до ВФ (1). Отже, можна говорити, що CES-функція узагальнює ВФ Кобба-Дугласа.

Окрім того, легко показати, що характер залежності продуктивності праці ( $Y/L$ ) від фондоозброєності ( $K/L$ ) в рамках даних ВФ досить різний. Для функції Кобба-Дугласа при  $K/L \rightarrow \infty$  при будь-яких допустимих значеннях її параметрів продуктивність праці теж прагне в нескінченність. А CES-функція при довільних значеннях її параметрів і при  $K/L \rightarrow \infty$  має верхню межу [9;

10]. Ясно, що з позиції адекватності моделі економічному процесу, що вивчається, ВФ (2) виглядає переважніше.

Тому в процесі моделювання випуску продукції на підприємстві за допомогою двофакторних динамічних ВФ перед дослідником завжди постають дві проблеми: 1) якій з двох ВФ – Кобба-Дугласа (1) чи CES-функції (2) віддати перевагу (хоча їх порівняння за економіко-математичними властивостями явно на користь CES-функції); 2) як оцінити параметри ВФ (2), якщо вибрана саме CES-функція.

Перш за все, розглянемо існуючі підходи до об'єктивного вибору найбільш адекватної моделі з двох досліджуваних ВФ в ході економіко-математичного моделювання випуску продукції підприємства.

Слідуючи Дж. Кменті [11], Р. Вінн і К. Холден [12, с. 84-85] розділили ліву і праву частини формул (1), (2) на  $L$ , логарифмували знайдені результати і розклали один із елементів отриманої CES-функції в ряд Тейлора. Вони показали, що по суті відмінності між CES-функцією і ВФ Кобба-Дугласа зводяться лише до четвертого доданку, що стоїть в правій частині перетвореної ВФ (2):

$$\ln(Y/L) = C + D \ln L + E \ln(K/L) - M [\ln(K/L)]^2. \quad (3)$$

Тут  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $M$  – коефіцієнти, що виражаються через параметри ВФ (1), (2). При цьому якщо  $\rho = 0$ , то  $M = 0$  і ці функції повністю збігаються, тобто відбувається перехід від ВФ (2) до ВФ (1). Отже, перевірка статистичної значущості коефіцієнта  $M$  в моделі (3) за допомогою t-критерію Стьюдента може служити підґрунтям для вибору конкретної форми з двох розглянутих ВФ. Проілюструємо вказану процедуру за даними статистичної звітності приватного м'ясопереробного підприємства «Гармаш» за 2005-2015 рр. (табл. 1).

Таблиця 1

**Вихідні дані для моделювання динаміки реалізованої продукції ПП «Гармаш»**

Роки	Y, тис. грн.	K, тис. грн.	L, тис. грн.	t	K / L
2005	14820	13978	851	1	16,42538
2006	23439	14690	1401	2	10,48537
2007	40538	17644,5	2409	3	7,324408
2008	46790	23492,5	2839	4	8,274921
2009	42603	26834	3502	5	7,662479
2010	43214	30933	4913	6	6,296153
2011	53988	36957	7940	7	4,654534
2012	68049	37001,5	9202	8	4,021028
2013	67577	38113	8959	9	4,254158
2014	60321	42575	9591	10	4,439057
2015	66149	49128	8293	11	5,924032

Джерело: розроблено автором

В результаті логарифмування вихідних даних табл. 1 і побудови моделі (3) за допомогою редак-

тора Excel (стандартна програма «Регресія») отримане наступне значення t-статистики Стьюдента: -2,369; p-значення 0,0497. Тобто з достовірністю  $(1 - p\text{-значення}) = 1 - 0,0497 = 0,9503$  або 95% можна стверджувати, що коефіцієнт M моделі (3) є статистично значущим, надійним. Тому приходимо до висновку, що емпіричні дані, які характеризують динаміку реалізованої продукції ПП «Гармаш», будуть точніше змодельовані на базі CES-функції.

Зупинимось тепер на проблемі побудови ВФ (2). На нашу думку, М. Кубініва та ін., використовуючи підхід Кменти в якості інструменту знаходження первісної оцінки параметрів CES-функції, розробили найбільш удачу процедуру пошуку рішення поставленого завдання із заданою точністю на базі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вона знайшла своє втілення в програмі MACRO6, написаної на мові Бейсік [13, с. 137-149], яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора Excel [14].

За даними табл. 1 побудуємо CES-функцію, що моделює залежність реалізованої продукції підприємства від капіталу і праці з урахуванням нейтрального науково-технічного прогресу. На шостій ітерації було отримане оптимальне рішення (табл. 2).

Таблиця 2  
Результати статистичного моделювання ВФ (2) за даними табл. 1

Ітерації	6
Константа B	0,695057496
Науково-технічний прогрес $\lambda$	0,036406882
Еластичність заміщення ресурсів $\sigma$	1,119975315
Параметр розподілу $\delta$	0,602481383
Стандартна похибка B	0,072653509
Стандартна похибка $\lambda$	0,010552778
Стандартна похибка $\sigma$	0,512748173
Стандартна похибка $\delta$	0,089507862
Скоригований коефіцієнт детермінації R2	0,999661768
Сума квадратів регресійних залишків RSS	0,000310241
Коефіцієнт Дарбіна-Уотсона DW	2,279238999

Джерело: розраховано автором

Таким чином, шукана CES-функція в явному вигляді запишеться так:

$$Y = 0,6951e^{0,0364t} [0,6025K^{0,1071} + 0,3975L^{0,1071}]^{0,3350}. \quad (4)$$

Тут параметр моделі  $p$  знайдено за оцінним значенням еластичності заміщення ресурсів  $\sigma = 1,11997$ . Рівняння (4) досить точно описує динаміку реалізованої продукції на ПП «Гармаш» за 2005-2015 рр.: коефіцієнт детермінації свідчить про те, що 99,97% варіації реалізованої продукції пояснюється CES-функцією (4), а абсолютна

похибка моделі складає всього 0,0003. Критерій Дарбіна-Уотсона  $DW = 2,279$  вказує на високу адекватність побудованої ВФ (оптимальне значення 2,0). Величина темпу приросту нейтрального науково-технічного прогресу  $\lambda = 0,0364$  показує, що на досліджуваному підприємстві в середньому за рік реалізація зростала на 3,64% під впливом усіх чинників, окрім зміни капіталу та праці.

У табл. 3 наводяться важливіші економіко-математичні параметри CES-функції, розрахунок яких дозволить отримати узагальнені характеристики виробництва на ПП «Гармаш» в середньому за період 2005-2015 рр.

В роботах [15; 16] доведено, що для ВФ (2) існує оптимальна фондоозброєність  $(K/L)^*$ , яка максимізує випуск реалізованої продукції:

$$(K/L)^* = \left( \frac{\delta}{1-\delta} \right)^{\frac{1}{1+p}}; Y_{\max} = Be^{2t} L(1-\delta)^{-\frac{1}{p}} [(K/L)^* + 1]^{-\frac{1}{p}}. \quad (5)$$

Легко показати, що в умовах оптимальної фондоозброєності гранична норма заміщення ресурсів CES-функції  $h$  (рядок 6 табл. 3) дорівнює одиниці, а її відхилення від 1 сигналізує про надлишковість ( $h > 1$ ), або недостатність капіталу ( $h < 1$ ), вкладеного у виробничі фонди.

На основі параметрів моделі (4) розрахуємо показник оптимальної фондоозброєності за першою формулою (5) для ПП «Гармаш» за 2005-2015 рр.:

$$(K/L)^* = \left( \frac{0,6025}{1-0,6025} \right)^{\frac{1}{1+0,1071}} = 1,5931.$$

Якщо звернутись до даних останнього стовпця табл. 1, то можна побачити, що фактична фондоозброєність на підприємстві суттєво перевищує оптимальну. Це означає, що виробничі фонди на ПП «Гармаш» знаходяться у надлишку. Даний висновок підтвердила і побудована ВФ Кобба-Дугласа: коефіцієнт при змінній  $\ln(K)$  виявився статистично незначущим, ненадійним (критерій Стьюдента дорівнює -0,358, p-значущість 0,73).

Найближче до оптимального фактичне значення фондоозброєності (4,021) спостерігалось у 2012 р. і в цьому році підприємство дійсно одержало максимальну за досліджуваний період реалізовану продукцію 68049 тис. грн. Розрахуємо граничну норму заміщення ресурсів  $h$  на підприємстві у 2012 р.:

$$h = \frac{1-\delta}{\delta} \left( \frac{K}{L} \right)^{1+p} = \left( \frac{1-0,6025}{0,6025} \right) \times 4,021^{1+0,1071} = 3,079 > 1.$$

Величина  $h = 3,079 > 1$  підтверджує висновок про надлишковість капіталу, вкладеного у виробничі фонди на ПП «Гармаш». Тому виникає питання: яку виручку від реалізації ПП «Гармаш» отримало б у 2012 р. при оптимальній фондоозброєності 1,5931? Щоб відповісти на нього, скористаємось другою формулою (5):

$$Y_{\max} = 0,6951 \times 2,718282^{0,0364 \times 8} 9202(1-0,6025)^{0,335} [1,5931 + 1]^{0,335} = 70446,33 \text{ тис. грн.}$$



Основні економіко-математичні характеристики CES-функції

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y}{K} = Be^{\lambda t} [\delta + (1-\delta) \left(\frac{L}{K}\right)^{-\frac{1}{p}}]^{-\frac{1}{p}}$	$\frac{Y}{L} = Be^{\lambda t} [\delta \left(\frac{K}{L}\right)^{-\frac{1}{p}} + (1-\delta)]^{-\frac{1}{p}}$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^{1+p}$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{1-\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^{1+p}$
3. Еластичність випуску продукції, %	$\frac{\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^p$	$\frac{1-\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^p$
4. Потреба в ресурсах	$K = \left[ \left(\frac{Y}{Be^{\lambda t}}\right)^{-p} - (1-\delta)L^{-\frac{1}{p}} \right]^{-\frac{1}{p}} \delta^{\frac{1}{p}}$	$L = \left[ \left(\frac{Y}{Be^{\lambda t}}\right)^{-p} - \delta K^{-\frac{1}{p}} \right]^{-\frac{1}{p}} (1-\delta)^{\frac{1}{p}}$
5. Заміщення ресурсів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L}$	
6. Гранична норма заміщення ресурсів	$h = \frac{1-\delta}{\delta} \left(\frac{K}{L}\right)^{1+p}$	
7. Еластичність заміщення ресурсів, %	$\sigma = 1/(1+p)$	

Джерело: розроблено автором на основі [6; 7]

Отже, резерв росту реалізованої продукції за рахунок оптимізації фондоозброєності (продажу частини невикористаних виробничих фондів і вкладання коштів у робочу силу) складає на підприємстві 70446 – 68049 = 2397 тис. грн.

Певний науковий і практичний інтерес представляє застосування побудованої ВФ Кобба-Дугласа [6] і CES-функції [17-19] в умовах інвестування деякого додаткового капіталу  $C_t = K_t + L_t$  у виробництво. Відомо, що при лінійній однорідності CES-функції спостерігається нульовий ефект від розширення масштабів виробництва, тобто воно буде беззбитковим при будь-якій величині авансованого капіталу  $C_t$ . Однак, беззбитковість у цьому випадку забезпечується лише у певний період часу, що визначається за наступною нерівністю:

$$t \geq (\lambda p)^{-1} \{ \ln[\delta N^{-p} + (1-\delta)M^{-p}] - p \ln B \}, \quad (6)$$

$$\text{де } N = \frac{\delta^\sigma}{\delta^\sigma + (1-\delta)^\sigma}; \quad M = \frac{(1-\delta)^\sigma}{\delta^\sigma + (1-\delta)^\sigma}.$$

Розрахуємо величини  $N$ ,  $M$  і за нерівністю (6) визначимо час, коли інвестиція у виробництво м'ясної продукції на ПП «Гармаш» стане прибутковою:

$$N = \frac{0,6025^{1,11997}}{0,6025^{1,11997} + (1-0,6025)^{1,11997}} = 0,6144;$$

$$M = \frac{(1-0,6025)^{1,11997}}{0,6025^{1,11997} + (1-0,6025)^{1,11997}} = 0,3856.$$

З урахуванням знайдених  $N$  і  $M$  розрахуємо праву частину вираження (6):

$$\{ \ln(0,60248 \times 0,614366^{0,10712} + 0,397519 \times 0,385634^{0,10712}) + 0,1071 \times \ln(0,695057) \} / (-0,0364 \times 0,10712) = 28,38 \text{ (років)}.$$

Таким чином,  $t \geq 28$  років, тобто інвестувати у виробництво не має ніякого економічного сенсу, оскільки воно є збитковим. Так, у 2014 р. фінансовий збиток від операційної діяльності ПП «Гармаш» склав 1722 тис. грн., а чистий зби-

ток – 2337 тис. грн., у 2015 р. указані показники дорівнювали 2052 і 2165 тис. грн. відповідно.

**Висновки з проведеного дослідження.** CES-функція за рядом важливих економіко-математичних властивостей переважає ВФ Кобба-Дугласа, однак її використання в практиці економічного аналізу і прогнозування випуску продукції на підприємстві часто стримується відсутністю належного програмного забезпечення. Перевірка статистичної значущості коефіцієнта  $M$  в моделі (3) за допомогою t-критерію Стьюдента може служити надійним підґрунтям для об'єктивного вибору конкретної форми з двох розглянутих ВФ.

Розрахунок невідомих параметрів CES-функції доречно вести на базі ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вказана процедура знайшла своє втілення в програмі MACRO6, написаної на мові Бейсік, яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора Excel.

Побудована CES-функція надає досліднику можливість проаналізувати широке коло економіко-математичних характеристик виробничого процесу на підприємстві, що вивчається. Зокрема, вона дозволяє визначити оптимальну фондоозброєність, порівняти її з фактичною і розрахувати резерв росту реалізованої продукції у разі надлишковості останньої. Окрім того, отримана модель може служити дієвим інструментом оцінки беззбитковості інвестиційних проєктів у виробництві.

**БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:**

1. Борковська В. В. Облік і контроль за центрами відповідальності м'ясопереробного підприємства / В. В. Борковська // Інноваційна економіка.

Науково-виробничий журнал. – 2015. – № 59. – С. 283-288.

2. Гой Н. В. Удосконалення оперативного управління у м'ясопереробних підприємствах / Дис. на здоб. вченого ступеню д-ра екон. наук за спец. 08.00.04 – економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності) / Н. В. Гой. – Івано-Франківськ, 2015. – 251 с.

3. Своробович Л. М. Особливості діяльності підприємств м'ясопереробної галузі як об'єкту формування внутрішнього економічного механізму / Л. М. Своробович // Вісник соціально-економічних досліджень. – Одеса, ОНЕУ. – 2014. – № 54. – С. 150-157.

4. Соломчук Л. М. Реінжиніринг як метод підвищення ефективності діяльності м'ясопереробних підприємств / Л. М. Соломчук // Ефективна економіка. – 2014. – № 12 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=3855>

5. Сосновська І. Формування системи управління економічною безпекою виробничо-господарської діяльності м'ясопереробних підприємств / І. Сосновська // Socio-Economic Problems and the State [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://elartu.tntu.edu.ua/bitstream/123456789/6296/2/15simdmp.pdf>

6. Янковий В. О. Модель безбитковості інвестування в м'ясопереробну промисловість / В. О. Янковий // Економіка харчової промисловості. – 2010. – № 4 (8). – С. 16-21.

7. Казакова М. В. Анализ свойств производственных функций, используемых при декомпозиции экономического роста / М. В. Казакова [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <ftp://ftp.gerec.org/opt/ReDIF/RePEc/rnp/wpaper/31.pdf>

8. Янковий В. О. Виробнича функція з постійною еластичністю заміщення ресурсів / В. О. Янковий // Вісник соціально-економічних досліджень. – Одеса, ОНЕУ. – 2015. – № 58. – С. 228-234.

9. Определение производственной функции и её свойства. Маргинальные продукты [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ouek.onu.edu.ua/uploads/courses/matheconomics.pdf>

10. Подладчиков В. Н. Микроэкономика. Производственные функции / Подладчиков В. Н. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://i.kpi.ua/podladchikov/-menu=micro-firm-2-.htm>

11. Kementa J. (1967). On Estimation of the CES Production Function. *International Economic Review*, vol. 8, p. 180-189.

12. Винн Р, Холден К. Введение в прикладной эконометрический анализ / Р. Винн, К. Холден. Пер. с англ. С. А. Николаенко. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 294 с.

13. Математическая экономика на персональном компьютере: Пер. с япон. / М. Кубинива, М. Табата, С. Табата, Ю. Хасэбэ; под ред. М. Кубинива. – М.: Финансы и статистика, 1991. – 304 с.

14. Янковой В. Выбор математической формы функции при моделировании зависимости выпуска продукции от производственных факторов / В. Янковой, А. Вакула // Науковий вісник Одеського національного економічного університету. – Науки: економіка, політологія, історія. – 2016. – № 3 (235). – С. 184-198.

15. Янковий В. О. Оптимізація фондоозброєності на підприємствах харчової промисловості на основі виробничих функцій / В. О. Янковий, Н. В. Мельник // Економіка харчової промисловості. – 2016. – т. 8. вип. 2. – С. 34-39.

16. Янковой В. А. Математический анализ неоклассических производственных функций / В. А. Янковой // Економіка: реалії часу. Науковий журнал. – 2016. – № 2 (24). – С. 78-83 [Електронний ресурс]. – Режим доступу до журналу: <http://economics.opu.ua/files/archive/2016/No2/78.pdf>

17. Янковой В. А. Анализ хозяйственной деятельности предприятий пищевой промышленности на базе CES-функции / В. А. Янковой: [Соціо-еколого-економічний розвиток агропродовольчої сфери України в сучасних умовах: проблеми та шляхи їх розв'язання: монографія / за ред. А. І. Павлова]. – Одеса: Астропринт, 2015. – С. 167-180.

18. Янковий В. О. Економіко-математичне дослідження фондо-озброєності в виробничих функціях як інструмент максимізації випуску продукції / В. О. Янковий: [Науково-методичні аспекти обліково-аналітичної системи підприємства: монографія / за загальною ред. В. В. Немченка]. – Одеса: Фенікс, 2016. – С. 162-175.

19. Янковий В. О. Економічні аспекти математичного аналізу виробничої функції Кобба-Дугласа і CES-функції / В. О. Янковий // Торівля, комерція, підприємництво. – Львів, 2016. – № 19. – С. 156-161.